1) Calcular as seguintes integrais:

a) $\int \frac{1}{4}\,dx$ b) $\int x^3\,dx$ c) $\int \frac{1}{x} + \sqrt{x}\,dx$ d) $\int e^{\alpha x}\,dx$ com $\alpha \neq 0$

e) $\int x\,dx$ f) $\int 3\,dx$ g) $\int x^3 + 2x + 3\,dx$ h) $\int \sqrt[3]{t}\,dt$

i) $\int 3\sqrt[5]{s^2} + 3\,ds$ f) $\int \frac{x^2+1}{x}\,dx$ g) $\int (\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2})\,dx$

2) Determine a função $y = y(x)$, $x \in R$, de modo que $\frac{dy}{dx} = x^2$, com $y(0) = 2$.

Solução

$$\frac{dy}{dx} = x^2 \Rightarrow y = \int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + k.$$

A condição $y(0) = 2$ significa que, para $x = 0$, devemos ter $y = 2$. Vamos determinar k para que esta condição esteja satisfeita.

Substituindo, então, em $y = \frac{1}{3}x^3 + k$, x por 0 e y por 2, resulta $k = 2$. Assim,

$$y = \frac{1}{3}x^3 + 2.$$ ■

3) Determine a função $y = y(x)$, $x \in R$, de modo que $\frac{dy}{dx} = x^2$, com $y(0) = 2$.

a) $\frac{dy}{dx} = 3x - 1$ e $y(0) = 2$ b) $\frac{dy}{dx} = x^3 - x + 1$ e $y(1) = 1$

c) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}x + 3$ e $y(-1) = 0$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2}$ e $y(1) = 1$

e) $\frac{dy}{dx} = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ e $y(1) = 0$ f) $\frac{d^2y}{dx^2} = x + 1$ com $y(1) = 0$ e $y'(0) = 0$

4) Uma partícula se desloca sobre o eixo *x* e sabe-se que no instante t a velocidade é *v(t) = 2t + 1*. Sabe-se, também, que no instante *t=0* a partícula encontra-se na posição *x=1*. Assim, determine a posição *x=x(t)* da partícula no instante *t*.

5) Um reservatório de água possui volume V (em m^3) e sabe-se que a velocidade de cheia do mesmo é dada por *v(t)=2t – 3*. Sabe-se que no instante *t=0*, o volume do reservatório é de 2 m^3. Assim:

a) Determine o volume do reservatório no instante *t*;

b) Determine o volume do reservatório no instante *t=2 s*;

c) Determine o tempo em que o volume do reservatório é mínimo.